

TRANSFORMASI FOURIER DAN TRANSFORMASI WAVELET PADA CITRA

Oleh : Krisnawati

Abstrak

Transformasi wavelet merupakan perbaikan dari transformasi Fourier. Transformasi Fourier hanya dapat menangkap informasi *apakah* suatu sinyal memiliki frekuensi tertentu atautkah tidak, tapi tidak dapat menangkap *dimana* frekuensi itu terjadi. Jika Transformasi Fourier hanya memberikan informasi tentang *frekuensi* suatu sinyal, maka transformasi wavelet memberikan informasi tentang kombinasi *skala dan frekuensi*.

Kata kunci: Fourier, Wavelet, Citra

Pendahuluan

Transformasi matematis digunakan terhadap suatu sinyal untuk mengetahui informasi lain yang terkandung dalam sinyal tersebut yang tidak dapat terbaca pada sinyal aslinya.

Ada banyak metode yang digunakan untuk melakukan transformasi. Dua diantaranya adalah Transformasi Fourier dan Transformasi Wavelet. Dalam prakteknya kebanyakan sinyal berada dalam domain waktu, sehingga sinyal selalu dinyatakan dalam fungsi waktu. Dengan kata lain ketika kita menggambarkan grafik sinyal, hasilnya selalu dalam koordinat waktu dan amplitude. Representasi ini tidak selalu merupakan representasi terbaik untuk pemrosesan sinyal. Dalam beberapa kasus, informasi yang diperlukan tersembunyi dalam frekuensi sinyal. Spektrum frekuensi suatu sinyal menunjukkan frekuensi apa saja yang ada dalam sinyal.

Transformasi wavelet merupakan perbaikan dari transformasi Fourier. Transformasi Fourier hanya dapat menangkap informasi *apakah* suatu sinyal memiliki frekuensi tertentu atautkah tidak, tapi tidak dapat menangkap *dimana* frekuensi itu terjadi. Sebagai ilustrasi seperti pada konser musik. Transformasi

Fourier hanya bisa mengatakan apakah suatu 'nada' tertentu muncul, tapi tidak dapat mengatakan kapan nada itu muncul dan berapa kali.

Jika Transformasi Fourier hanya memberikan informasi tentang *frekuensi* suatu sinyal, maka transformasi wavelet memberikan informasi tentang kombinasi *skala dan frekuensi*.

Selain itu, Transformasi Fourier berdasarkan pada basis sin-cos yang bersifat periodik dan kontinu, sehingga sulit bagi kita jika ingin melakukan perubahan hanya pada posisi tertentu (pasti akan mempengaruhi posisi-posisi lainnya)

Transformasi Fourier

Bagaimana transformasi Fourier bekerja? Transformasi Fourier mendekomposisi sinyal ke bentuk fungsi eksponensial dari frekuensi yang berbeda-beda. Caranya adalah dengan didefinisikan ke dalam dua persamaan berikut:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi ft} dt \dots \dots \dots (1)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{-2\pi ft} df \dots \dots \dots (2)$$

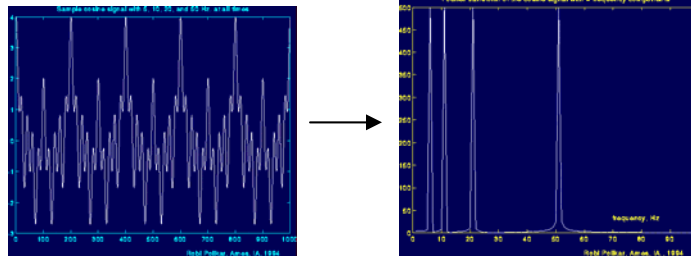
Dalam persamaan tersebut, t adalah waktu dan f adalah frekuensi. x merupakan notasi sinyal dalam ruang waktu dan X adalah notasi untuk sinyal dalam domain frekuensi. Persamaan (1) disebut Transformasi Fourier dari x(t) sedangkan persamaan (2) disebut Invers Transformasi Fourier dari X(f), yakni x(t).

Persamaan (1) dapat juga ditulis sebagai :

$$\text{Cos}(2ift) + j\text{Sin}(2ift) \dots \dots \dots (3)$$

Transformasi Fourier dapat menangkap informasi *apakah* suatu sinyal memiliki frekuensi tertentu ataukah tidak, tapi tidak dapat menangkap *dimana* frekuensi itu

terjadi. Misalnya kita punya dua sinyal yang berbeda. Misalkan pula keduanya mempunyai komponen spectral yang sama. Katakan sinyal pertama mempunyai 4 frekuensi muncul bersamaan, dan yang satu lagi mempunyai 4 frekuensi muncul bergantian. Transformasi Fourier keduanya sama sebagaimana ditunjukkan pada gambar 1 dan gambar 2. Contoh:

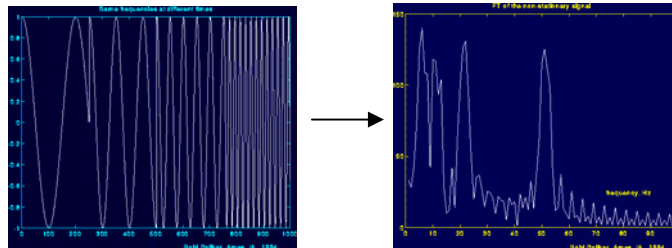


4 frekuensi pada sinyal muncul bersamaan

Transformasi Fouriernya

Gambar 1.

Transformasi fourier dari 4 frekuensi pada sinyal yang muncul bersamaan.



4 frekuensi pada sinyal muncul bergantian

Transformasi Fouriernya

Gambar 2.

Transformasi fourier dari 4 frekuensi pada sinyal yang muncul bergantian.

Dari sini dapat dilihat bahwa Transformasi fourier tidak sesuai bila digunakan terhadap sinyal yang non stasioner.

Transformasi Wavelet

Wavelet merupakan kelas dari suatu fungsi yang digunakan untuk melokalisasi suatu fungsi dalam ruang dan skala. Wavelet dapat dibentuk dari satu fungsi $\Psi(x)$, dikenal sebagai "mother wavelet" dalam suatu interval berhingga.

"Daughter wavelet" $\Psi^{a,b}(x)$ dibentuk oleh translasi (b) dan kontraksi (a).

Wavelet sangat berguna untuk kompresi data image, karena transformasi wavelet mempunyai property yang ada dalam beberapa cara transformasi Fourier konvensional.

Wavelet tunggal dapat didefinisikan dengan:

$$\Psi^{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

Selanjutnya:

$$W_{\psi}(f)(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{(t-b)}{a}\right) dt$$

dan formula Calderon memberikan :

$$f(x) = C_{\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f, \psi^{a,b} \rangle \psi^{a,b}(x) a^{-2} da db$$

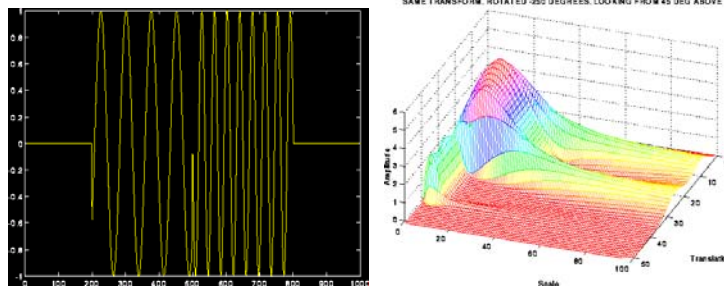
Wavelet yang sering digunakan didefinisikan dengan fungsi Haar sebagai berikut:

$$\psi(x) \equiv \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

dan $\psi_{jk}(x) \equiv \psi(2^j x - k)$

dengan j integer dan nonnegative, $0 \leq k \leq 2^j - 1$

Transformasi wavelet memberikan informasi tentang kombinasi *skala dan frekuensi*, sehingga terhadap suatu sinyal yang kita punyai maka hasil dari Transformasi Waveletnya akan mempunyai tiga koordinat yakni amplitude, translasi dan skala seperti pada gambar 1 berikut.



sinyal asli

Transformasi waveletnya

Gambar 3.

Suatu sinyal berikut trasformasi waveletnya.

Transformasi Fourier dan Transformasi Wavelet Pada Citra

Citra adalah gambar dua dimensi yang dihasilkan dari gambar analog dua dimensi yang kontinu menjadi gambar diskrit melalui proses sampling.

Gambar analog dibagi menjadi N baris dan M kolom sehingga menjadi gambar diskrit. Persilangan antara baris dan kolom tertentu disebut dengan piksel. Contohnya adalah gambar/titik diskrit pada baris n dan kolom m disebut dengan piksel $[n,m]$.

Sampling adalah proses untuk menentukan warna pada piksel tertentu pada citra dari sebuah gambar yang kontinu. Pada proses sampling biasanya dicari warna rata-rata dari gambar analog yang kemudian dibulatkan kedalam angka bulat. Proses sampling sering juga disebut proses digitisasi.

Ada kalanya, dalam proses sampling, warna rata-rata yang didapat di relasikan ke level warna tertentu. Contohnya apabila dalam citra hanya terdapat 16 level warna abu-abu, maka nilai rata-rata yang didapat dalam proses sampling harus diasosiasikan ke 16 level tersebut. Proses mengasosiasikan warna rata-rata dengan level warna tertentu disebut dengan kuantisasi.

Pada konsep pengolahan citra, kita harus mengubah suatu citra dari satu domain ke domain lainnya. Perubahan ini bertujuan untuk mempermudah pengkodean. Proses perubahan ini dinamakan transformasi.

Salah satu kegunaan transformasi adalah untuk proses kompresi citra, tetapi tidak semua transformasi cocok digunakan. Transformasi Fourier merupakan representasi dari sebuah citra sebagai penjumlahan eksponensial kompleks dari beragam magnitude, frekuensi dan fasa. Transformasi Fourier akan menghasilkan Fourier Spectrum. Fourier Spektrum dapat memberikan informasi tentang tinggi rendah frekuensi citra. Jika kita ingin melakukan filtering terhadap citra pada domain frekuensi Fourier, maka yang kita dapat menggunakan lowpass filtering maupun highpass filtering. Tujuan transformasi Fourier adalah mengetahui frekuensi citra, bukan untuk kompresi, sehingga hasil FT tidak akan mendukung kompresi (tidak bersifat compact support).

Transformasi yang paling cocok untuk kompresi adalah transformasi wavelet. Hal ini dikarenakan jika kita melakukan kompresi pada bagian detail, citra invers atau citra hasil rekonstruksi tidak akan terlalu berbeda dengan citra awal. Metode kompresi wavelet diadopsi dalam standar kompresi JPEG2000. Transformasi

wavelet mendekomposisi sinyal dalam komponen frekuensinya dengan tetap mempertahankan informasi koordinat spasial dari komponen frekuensi tersebut.

Kesimpulan

Transformasi merupakan suatu langkah yang harus dilakukan untuk mengubah penyajian suatu sinyal dari suatu domain ke domain yang lain. Dalam hal ini Transformasi Fourier mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi, sedangkan Transformasi wavelet mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi dan skala.

Pada konsep pengolahan citra pun, kita harus mengubah suatu citra dari satu domain ke domain lainnya. Perubahan ini bertujuan untuk mempermudah pengkodean. Dari kedua jenis transformasi diatas transformasi yang paling cocok untuk kompresi adalah transformasi wavelet. Hal ini dikarenakan jika kita melakukan kompresi pada bagian detail, citra invers atau citra hasil rekonstruksi tidak akan terlalu berbeda dengan citra awal.

Daftar Pustaka

Departmen Teknik Elektro, *Modul Praktikum Pengolahan Citra dan Pengenalan Pola*, Institut Teknologi Bandung.

Paul Wintz, 2000, *Digital Image Processing*, Prentice-Hall.

MatLab 6 Help.

William J Palm, 2004, *Introduction to MatLab 6 for Engineers*, The McGraw-Hill Companies, Inc.

http://iprg.ee.itb.ac.id/lab_works.html

<http://www.cs.ui.ac.id/WebKuliah/citra/2005>

<http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTtutorial.html>